



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

---

### Matemàtiques

#### Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Sigui  $V = \{(-1, 1, 1), (-2, -1, 0), (1, 2, a)\}$  un conjunt de vectors de  $\mathbb{R}^3$ .
- a)** Trobeu el valor o els valors de  $a$  perquè  $V$  sigui linealment dependent.
- b)** Quan  $a = 4$ , expresseu el vector  $\vec{v} = (3, 9, 14)$  com a combinació lineal dels vectors de  $V$ .

[1 punt per cada apartat]

2. De la funció polinòmica  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  sabem que
- té un extrem relatiu en el punt d'abscissa  $x = -3$ ;
  - la integral definida en l'interval  $[0, 1]$  val  $-\frac{5}{4}$ .

Calculeu el valor dels paràmetres  $a$  i  $b$ .

[2 punts]

3. Donats el pla  $\pi: x + 2y - z = 3$  i la recta  $r: \frac{x-1}{2} = y = \frac{z+m}{4}$ ,

- a)** Comproveu que el vector característic (o normal) de  $\pi$  i el vector director de  $r$  són perpendiculars.
- b)** Estudieu la posició relativa de  $\pi$  i  $r$  en funció del paràmetre  $m$ .

[1 punt per cada apartat]

4. Siguin les matrius

$$A = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & b & 4 \\ 3 & c & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & b & 8 \\ 1 & c & 3 \\ 4 & a & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ -1 & 5 & 5 \\ -b & -a & -2 \end{bmatrix},$$

on  $a$ ,  $b$  i  $c$  són paràmetres reals. Calculeu el valor d'aquests paràmetres perquè cap de les tres matrius tingui inversa.

[2 punts]

5. Donats el pla  $\pi: 2x - y + 3z - 8 = 0$  i el punt  $P = (6, -3, 7)$ ,

**a)** Trobeu l'equació contínua de la recta que passa per  $P$  i és perpendicular a  $\pi$ .

**b)** Trobeu el punt del pla  $\pi$  que està més proper al punt  $P$ .

[1 punt per cada apartat]

6. Volem construir una tenda en forma de piràmide regular de base quadrada. Disposem de  $300 \text{ m}^2$  de tela per a la fabricació de les quatre cares de la tenda (se suposa que en l'elaboració de les cares no es perd gens de tela). Designem  $x$  la longitud d'un costat de la base de la tenda.

**a)** Sabent que el volum d'una piràmide és igual a un terç del producte de l'àrea de la base per l'altura, comproveu que, en aquest cas,

$$V(x) = \frac{x\sqrt{(9 \times 10^4) - x^4}}{6}$$

**b)** Determineu el valor de  $x$  perquè el volum sigui el més gran possible (no cal que comproveu que el valor obtingut correspon realment a un màxim).

[1 punt per cada apartat]

